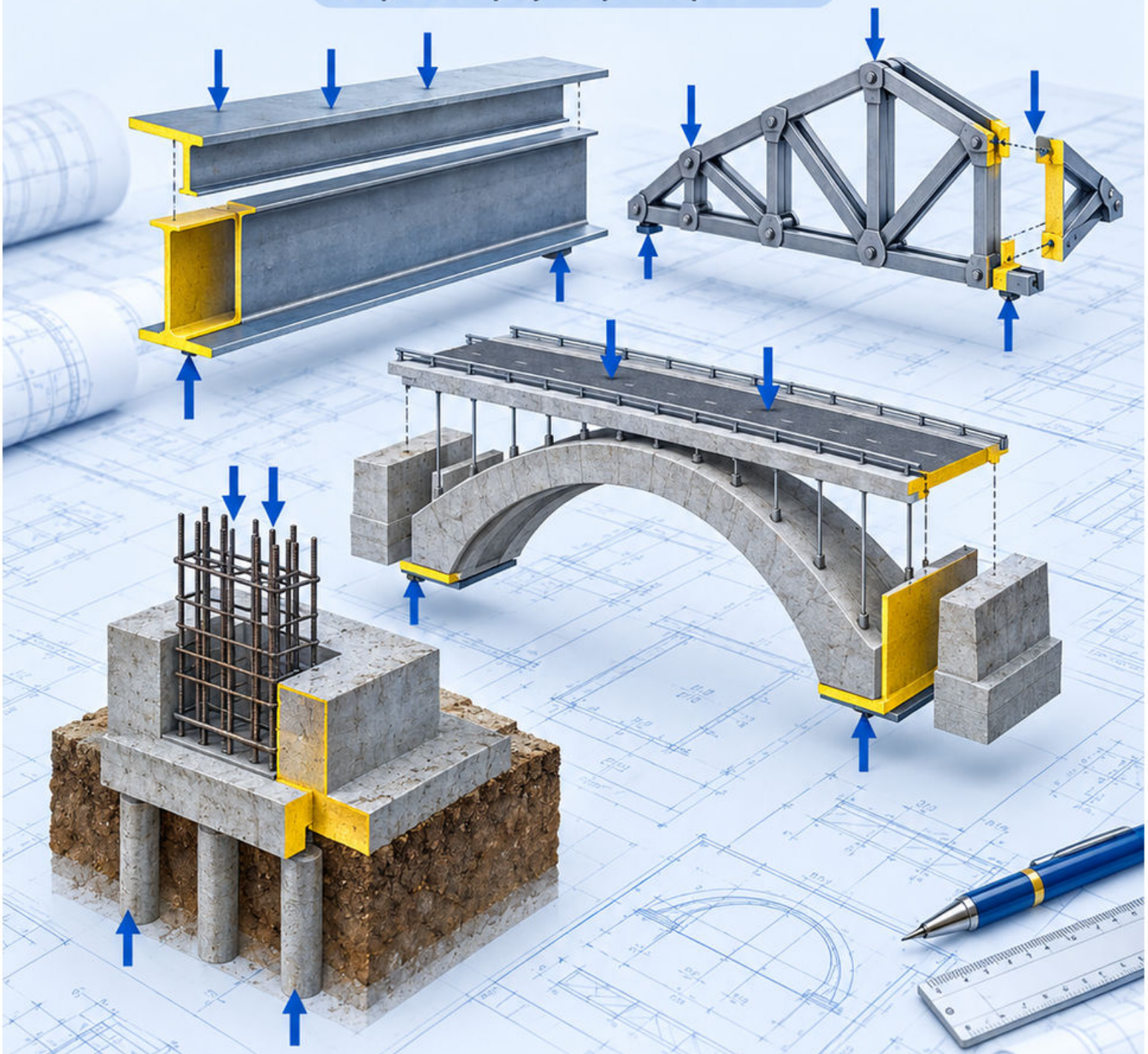
Wizualny Atlas
Konstrukcji i Analizy Statycznej

Zobacz drogę sił. Sprawdź równowagę. Odczytaj wynik.

20 plansz • przykłady krok po kroku



Ostoja

Prawa i zasady korzystania

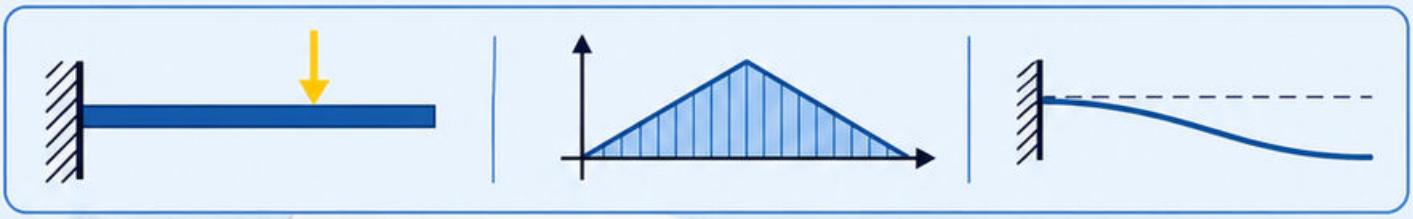
© 2026 Ostoja. Wszelkie prawa zastrzeżone.

Publikacja edukacyjna do powtórek. Nie zastępuje projektu, obliczeń, pełnych norm ani kwalifikacji wymaganych do rzeczywistych decyzji technicznych.

Przykłady liczbowe są autorskie i dydaktyczne. Ich uproszczenia podano przy zadaniach. Nie traktuj wyników jako doboru elementów na budowie.

Rysunki pokazują mechanizmy i konwencje. Odczytuj strzałki razem z opisem; wykres momentu nie jest linią ugięcia.

Przed użyciem wymagania normowego sprawdź właściwe wydanie i załącznik krajowy. Nie łącz generacji Eurokodów.





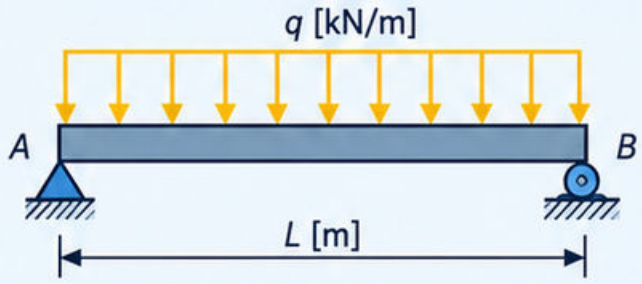
Wsparcie | Ostoja — wsparcie@ostoja.online

Spis treści i sposób pracy

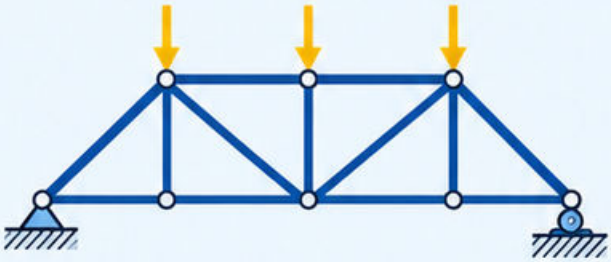
4 • Mapa układów nośnych



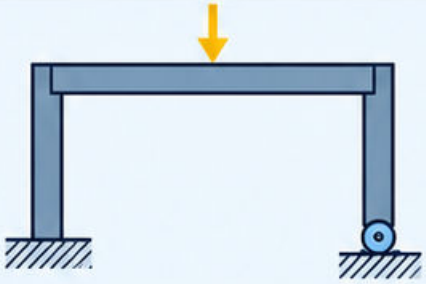
5–9 • Belka: od danych do wykresów



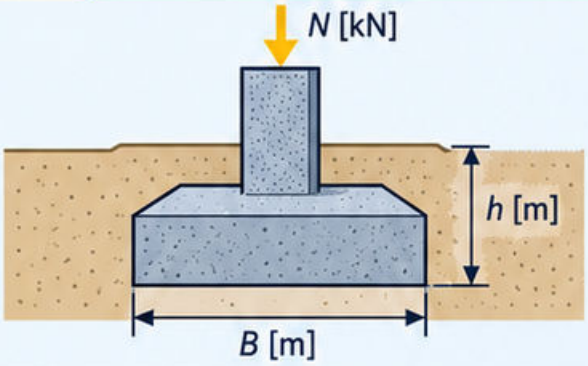
10–11 • Kratownica: model i siły



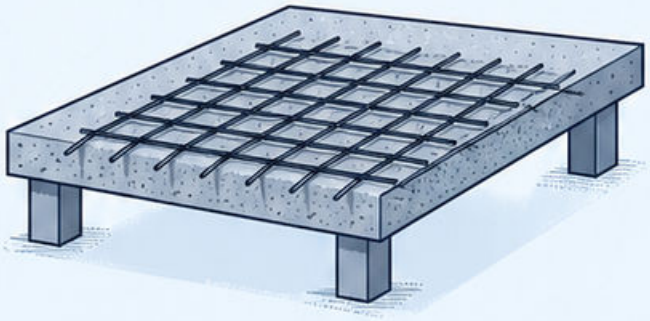
12–13 • Ramy i porównanie podparć



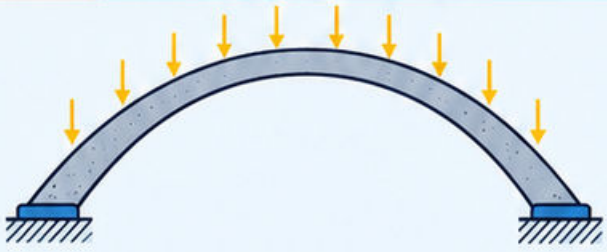
14–15 • Fundamenty i nacisk



16–19 • Żelbet, płyty i stateczność



20–22 • Łuki, powłoki i cięgna



23 • Zadanie z odpowiedzią; **24** • Źródła

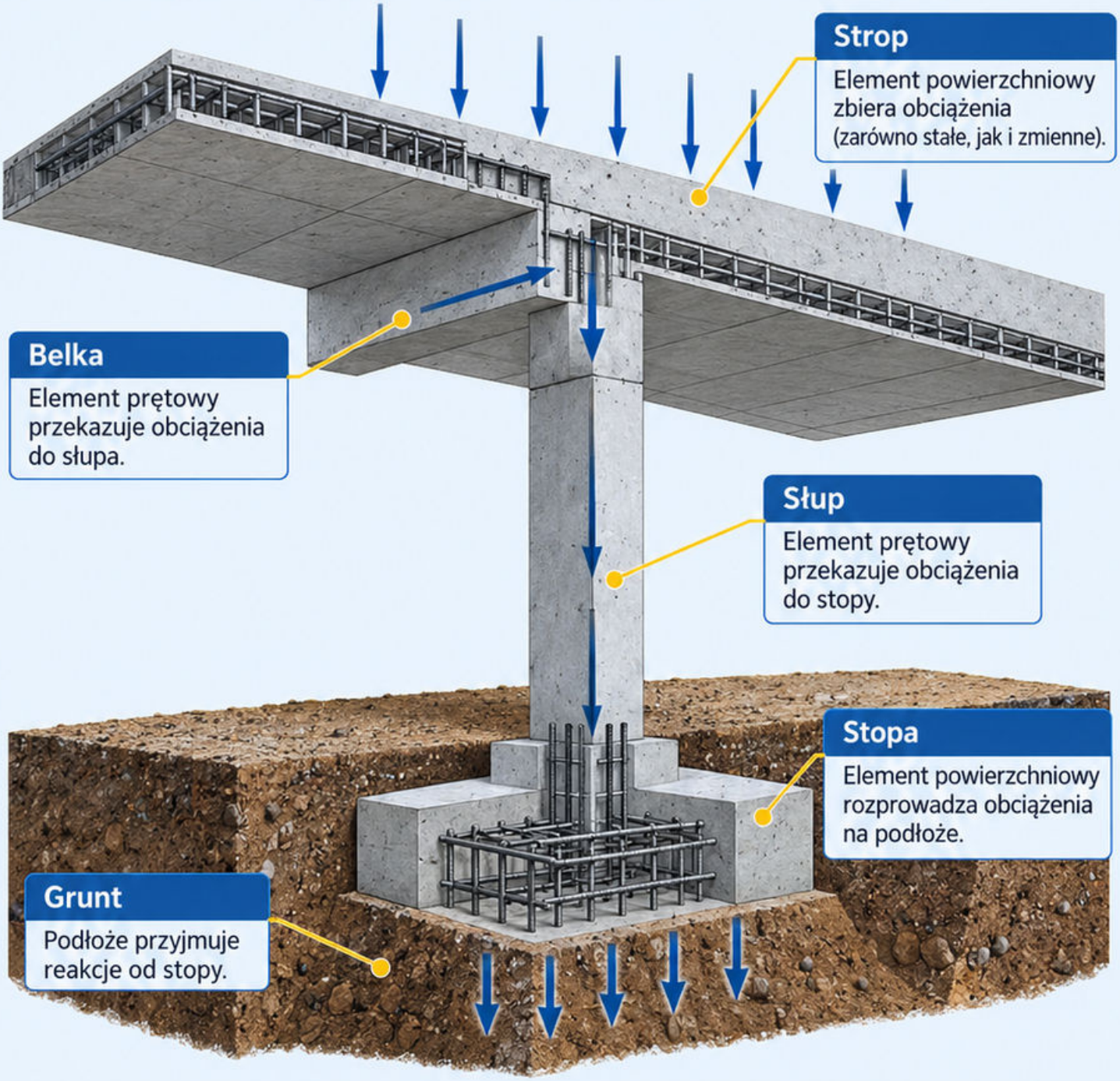


1. Najpierw odtwórz schemat.
2. Zasłoń wynik i zapisz równania.
3. Na końcu sprawdź jednostki, znaki oraz bilans sił.

Czytaj kolejne plansze belki jako jeden przykład, a pozostałe jako odrębne mechanizmy.

Mapa układów nośnych

Układ nośny zbiera obciążenia i przekazuje je do podłoża. Rozpoznaj elementy powierzchniowe, prętowe oraz podpory.



1. **Przykład:** obciążenie stropu trafia do belki, następnie do słupa, stopy i gruntu.
2. Dla każdego przejścia zapytaj: jakie siły przekazuje połączenie i gdzie pojawia się reakcja?
3. Porównaj strop oparty na ścianach z płytą opartą na słupach. Droga sił i lokalne sprawdzenia nie są identyczne.
4. **Kontrola:** strzałka nie może kończyć się w pustce. Pominięcie połączenia lub podparcia przerywa model.

Źródła: [1–3].

Belka: dane i model

Model dydaktyczny:

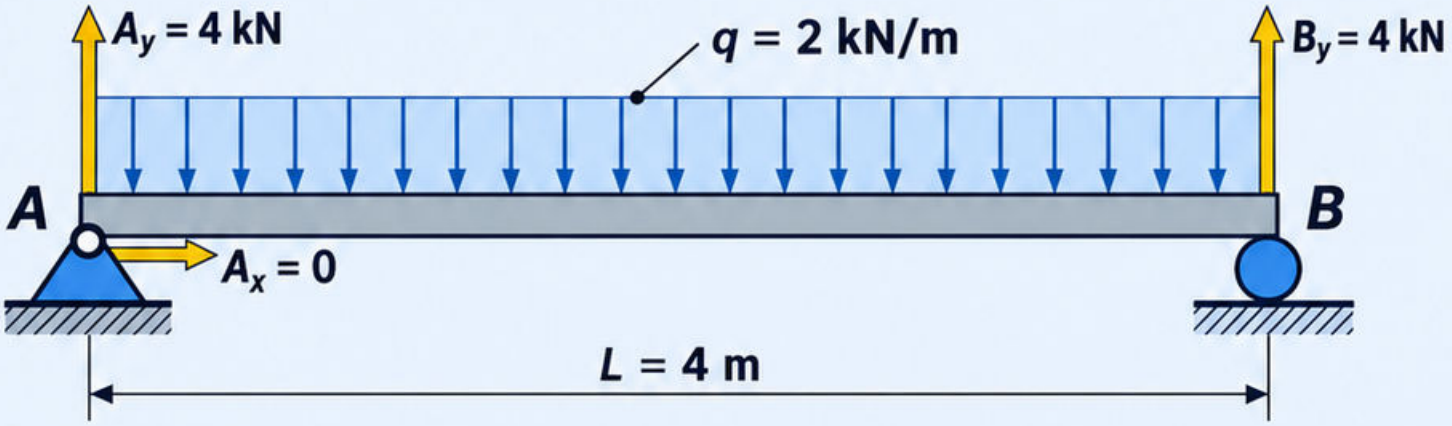
belka swobodnie podparta, przegub A po lewej, podpora przesuwna B po prawej.

Dane obciążenia:

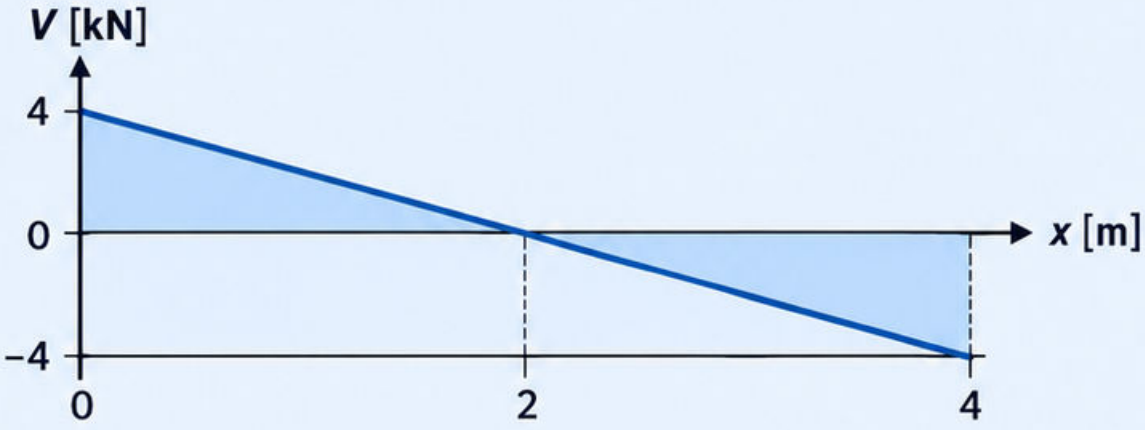
$L = 4$ m; pionowe obciążenie równomierne $q = 2$ kN/m działa w dół na całej długości.

Wypadkowa:

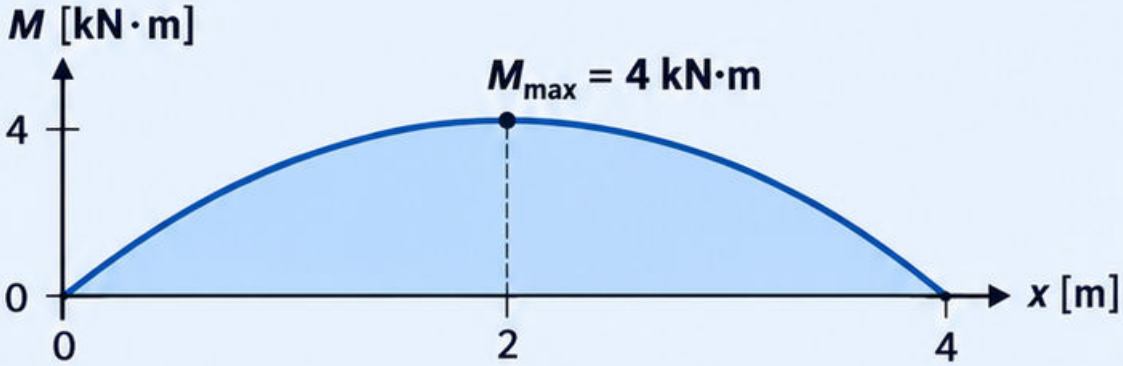
$W = qL = 8$ kN, przyłożona w środku. Ciężar belki zawarto w q.



Wykres siły tnącej V



Wykres momentu zginającego M



Przyjęte oznaczenia:

Przyjmij x od A w metrach; dodatni M rozciąga dolne włókna.

Wskazówka:

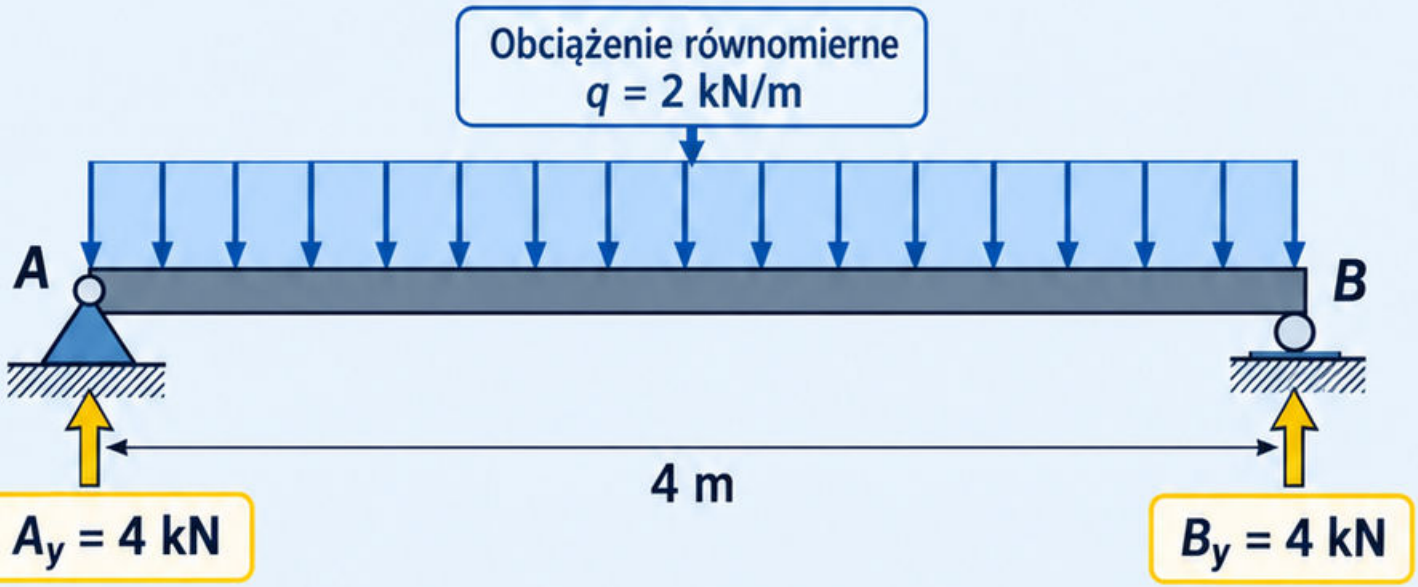
Zanim liczysz, narysuj A_x, A_y i B_y. Sprawdź, czy obciążenie jest symetryczne, a model ma stabilne podparcie.

Źródła:

[1–3].

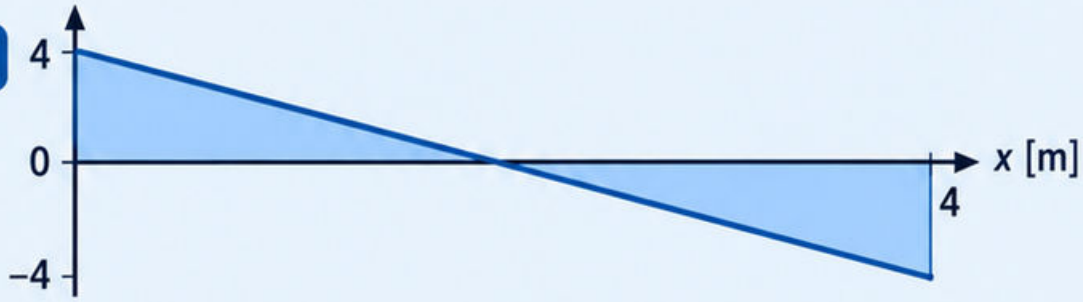
Belka: reakcje liczbowe

Dla belki z poprzedniej planszy wybierz momenty względem *A*. Reakcja *A* nie tworzy wtedy momentu.



Wykres sił tnących *V*

[kN]



Wykres momentów *M*

[kN·m]



$\Sigma M_A = 0$:
$B_y \times 4 - 8 \times 2 = 0$.
Stąd $B_y = 4$ kN.

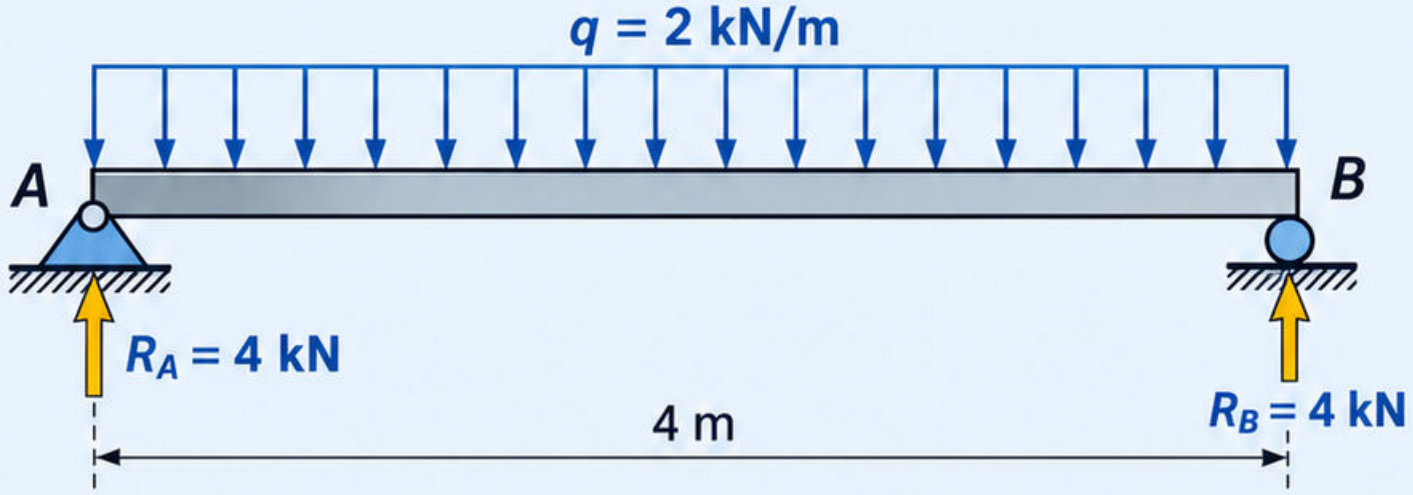
$\Sigma F_y = 0$:
$A_y + 4 - 8 = 0$.
$A_y = 4$ kN.

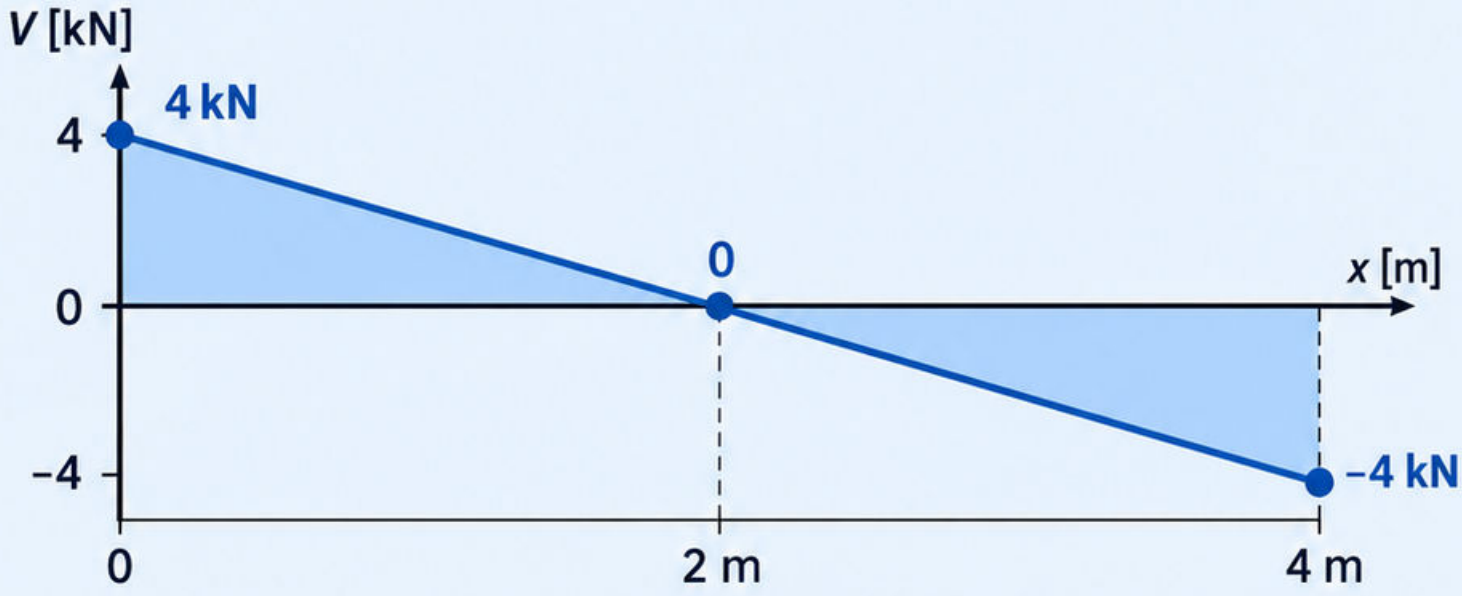
$\Sigma F_x = 0$:
$A_x = 0$.

Kontrola niezależna względem B: $4 \times 4 - 8 \times 2 = 0$ kN·m.
Równe reakcje wynikają tu z symetrii, nie z samej nazwy belki.

Źródła: [1–3].

Belka: wykres V





1

Przetnij belkę w odległości x od A i rozpatrz lewą część. Reakcja wynosi 4 kN, a obciążenie odcinka $2x$ kN.

2

$$V(x) = 4 - 2x \text{ kN}; \quad 0 < x < 4 \text{ m}.$$

3 **Wartości:**

$x = 0^+ \rightarrow +4$ kN; $x = 2$ m $\rightarrow 0$; $x = 4^- \rightarrow -4$ kN.

4

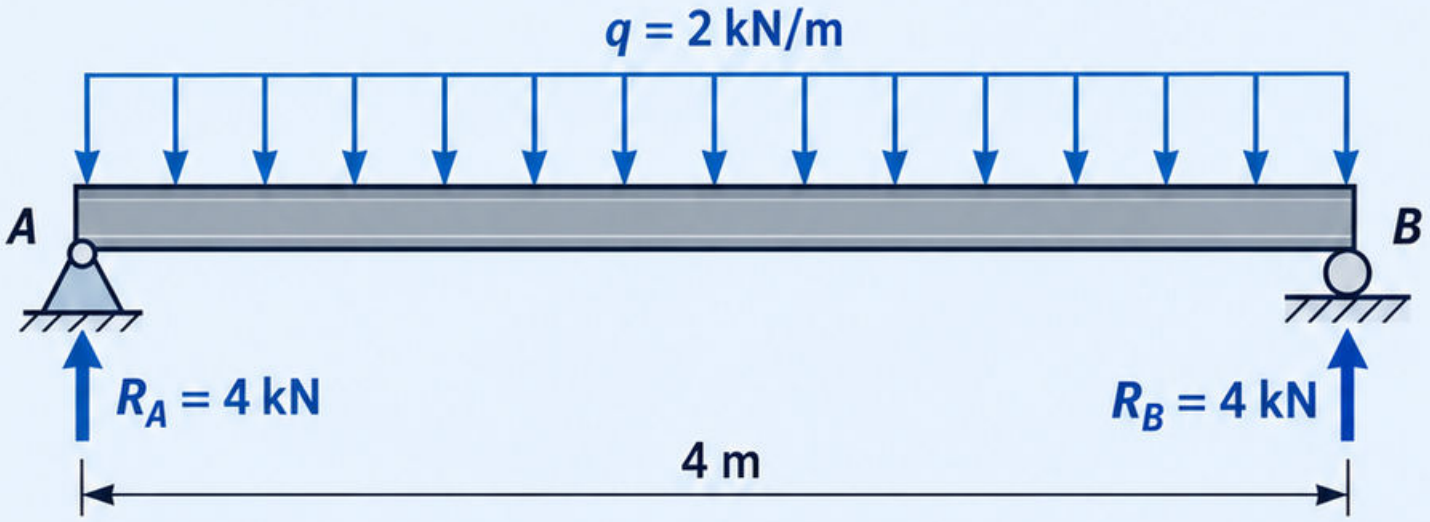
Wykres jest linią prostą. Przy podporach skoki reakcji zamykają bilans.

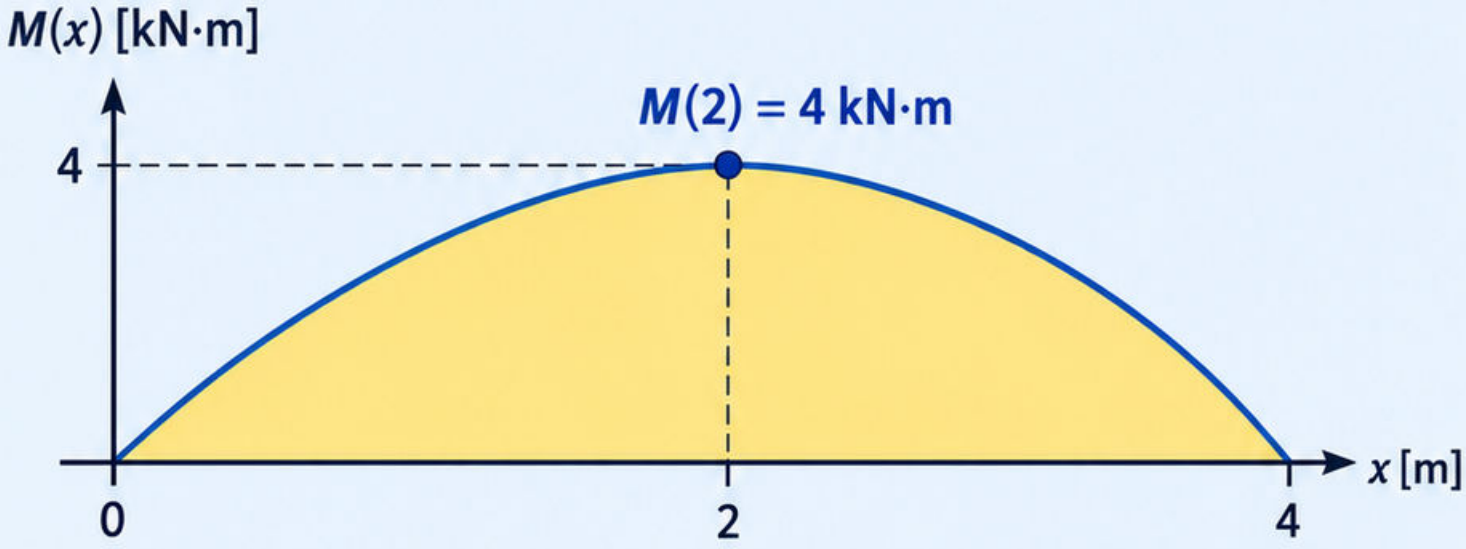
5 **Kontrola:** pole pod wykresem V na całym przęśle jest zero, więc momenty końcowe są równe.

Źródła: [1–3].

Belka: wykres M

Moment obciążenia odcinka qx oblicz z ramieniem $x/2$. Przyjęto dodatni moment rozciągający dolne włókna.





$$M(x) = 4x - x^2 \text{ kN·m},$$
gdy x podano w metrach.

$$M(0) = 0;\ M(2) = 4 \text{ kN·m};\ M(4) = 0.$$

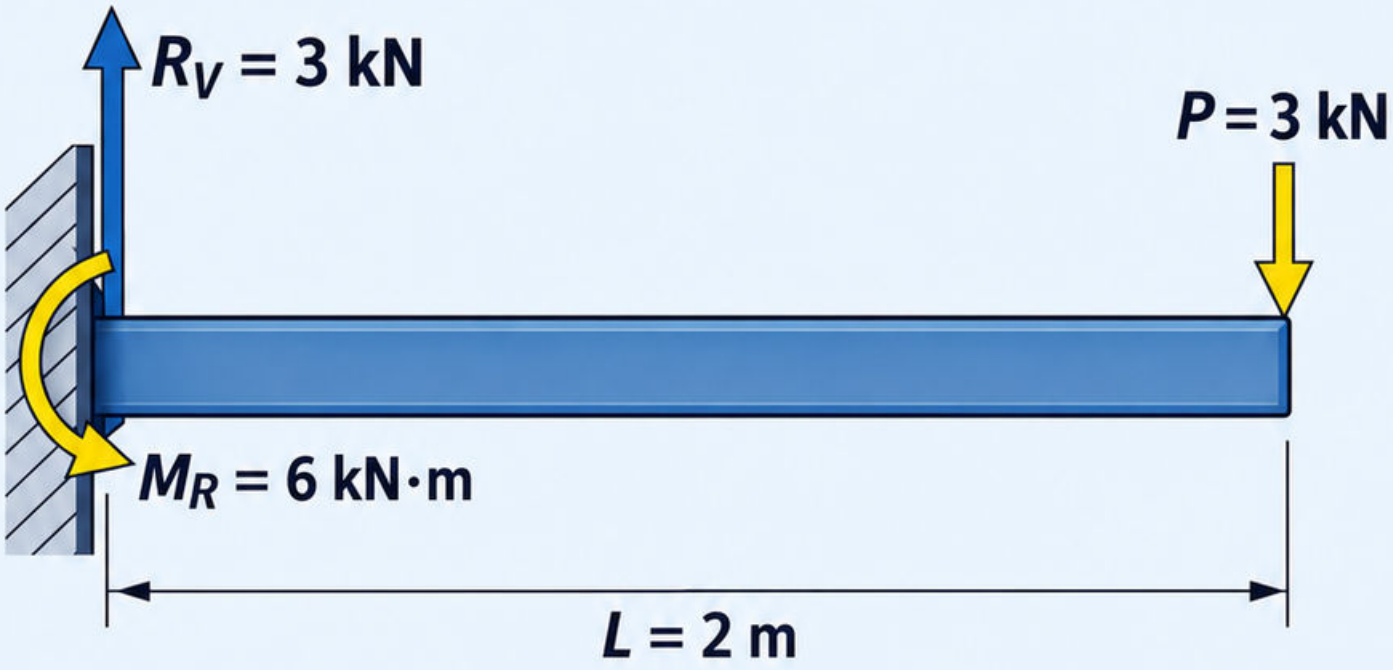
Maksimum:
$$V = \frac{dM}{dx} = 4 - 2x = 0,$$
więc $x = 2$ m.

Kontrola: krzywa jest paraboliczna. Dodatnie wartości narysowano nad osią; nie myl wykresu momentu z rzeczywistym ugięciem belki.

Źródła: [1–3].

Wspornik z obciążeniem

Wspornik ma utwierdzenie po lewej i wolny koniec po prawej. Przyjmij $P = 3$ kN w dół oraz $L = 2$ m.



Reakcje w utwierdzeniu

Reakcja pionowa wynosi 3 kN, a moment reakcji 6 kN·m przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

Moment zginający

Dla x od utwierdzenia:

$$M(x) = -P(L - x).$$

Przyjęto dodatnie zginanie rozciągające dolne włókna.

Wartości na końcach

$$M(0) = -6\ \text{kN·m};$$
$$M(L) = 0.$$

Kontrola

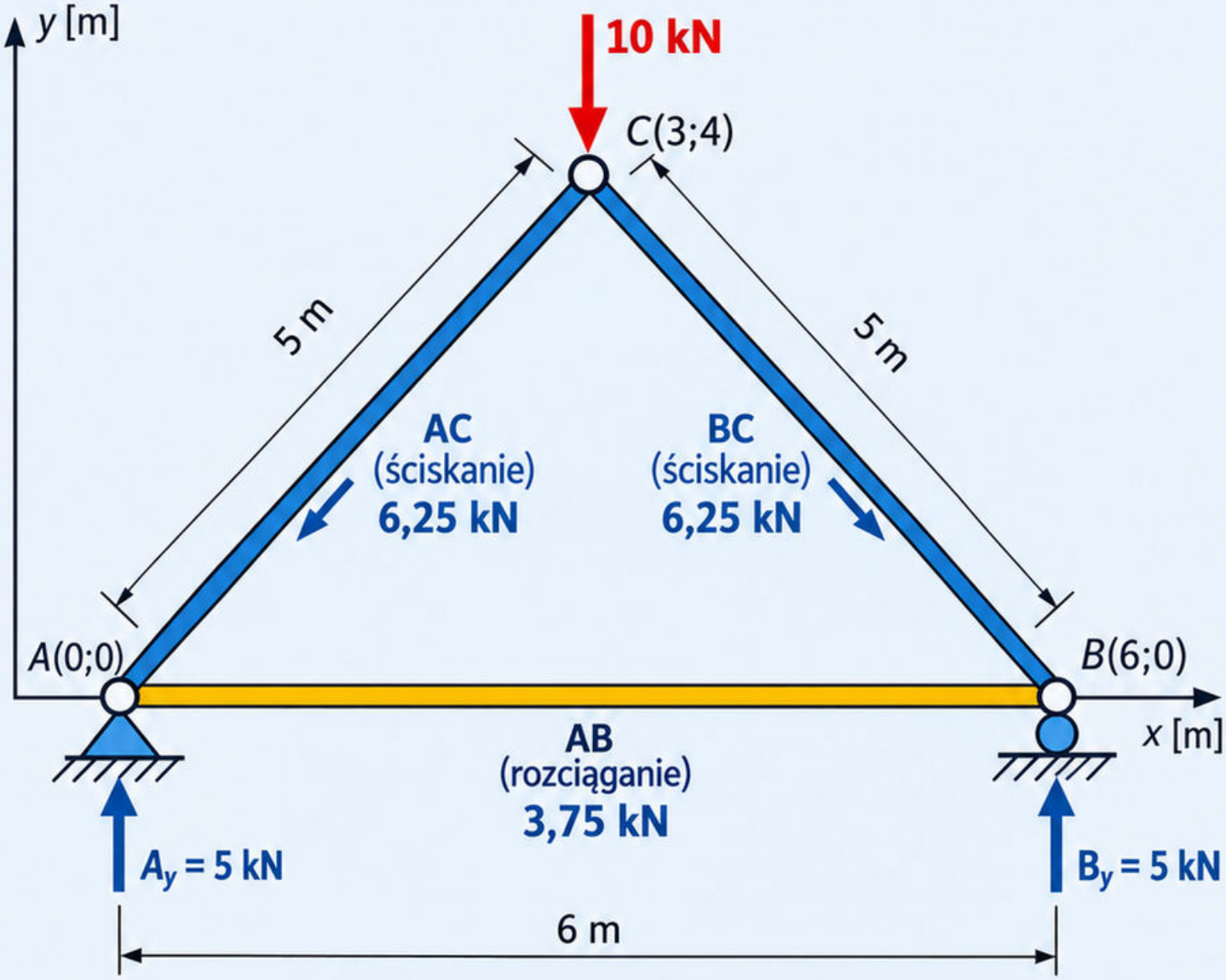
Moment wewnętrzny ma największą wartość bezwzględną przy utwierdzeniu. Nie przypisuj momentu reakcji wolnemu końcowi.

Źródła: [1–3].

Kratownica: schemat

Kratownica idealna ma przegubowe węzły, proste pręty i obciążenia przyłożone wyłącznie w węzłach.

Przykład: $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(3;4)$, współrzędne w metrach. Pręty **AB**, **AC** i **BC** tworzą trójkąt.



A jest przegubem, **B** podporą przesuwną. W **C** działa pionowo w dół siła 10 kN.

Długość obu krzyżulców wynosi **5 m**.

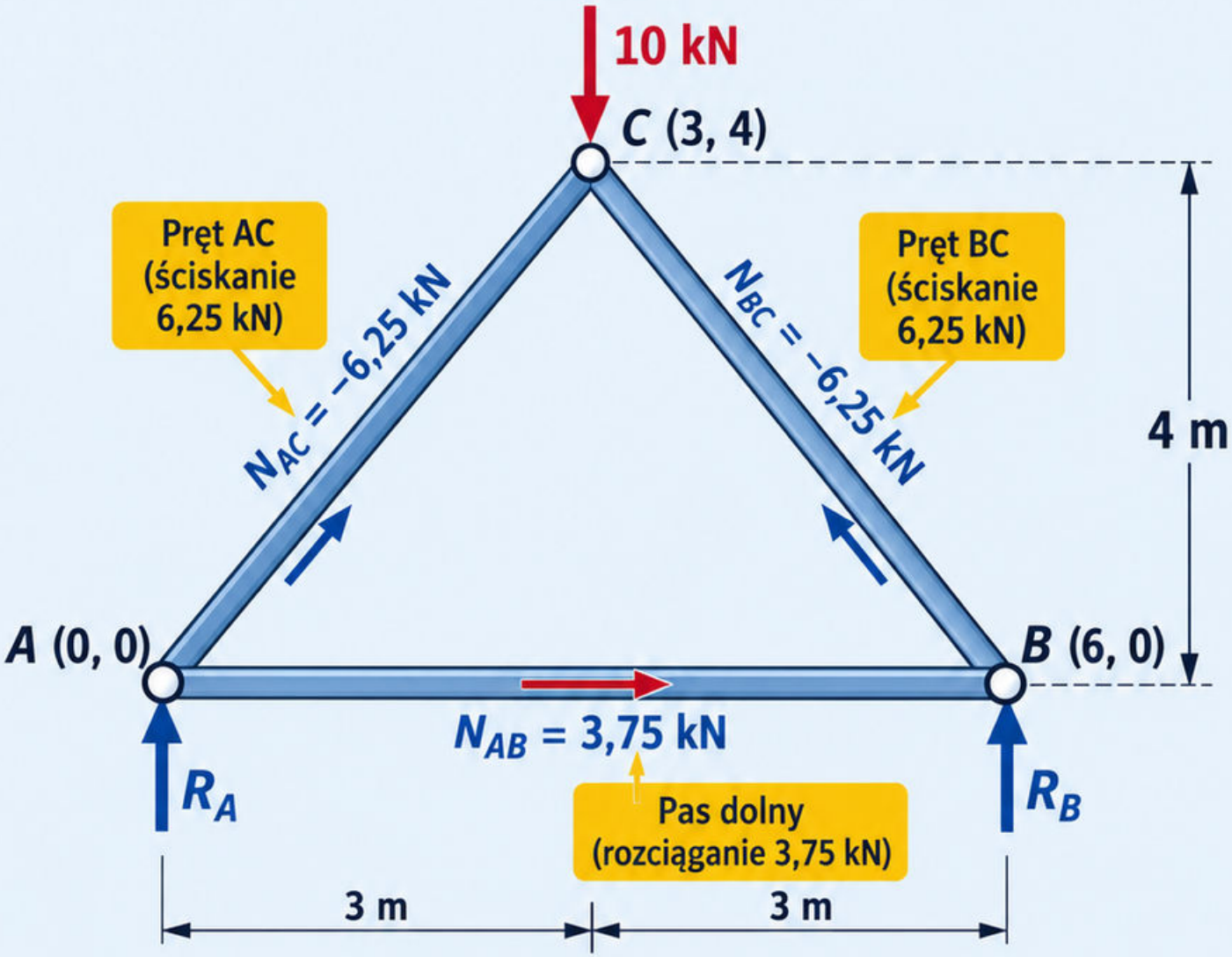
Reakcje: $A_y = B_y = 5$ kN; $A_x = 0$.

Kontrola: obciążenie między węzłami wprowadziłoby zginanie pręta i wymagałoby zmiany modelu.

Źródła: [1–3].

Kratownica: siły w węzłach

Zacznij od węzła *C* kratownicy z poprzedniej planszy.
Załóż dodatnie rozciąganie obu prętów ukośnych.



Równowaga pionowa:

$-2N \times 4/5 - 10 = 0.$

$N_{AC} = N_{BC} = -6{,}25$ kN.

Znak minus oznacza ściskanie.

W węźle *A* składowa pozioma daje $N_{AB} = 6{,}25 \times 3/5 = 3{,}75$ kN.

Pas dolny jest rozciągany.

Kontrola:

w każdym węźle osobno sprawdź $\Sigma F_x = 0$ i $\Sigma F_y = 0$. Nie zmieniaj znaku bez zmiany zwrotu strzałki.

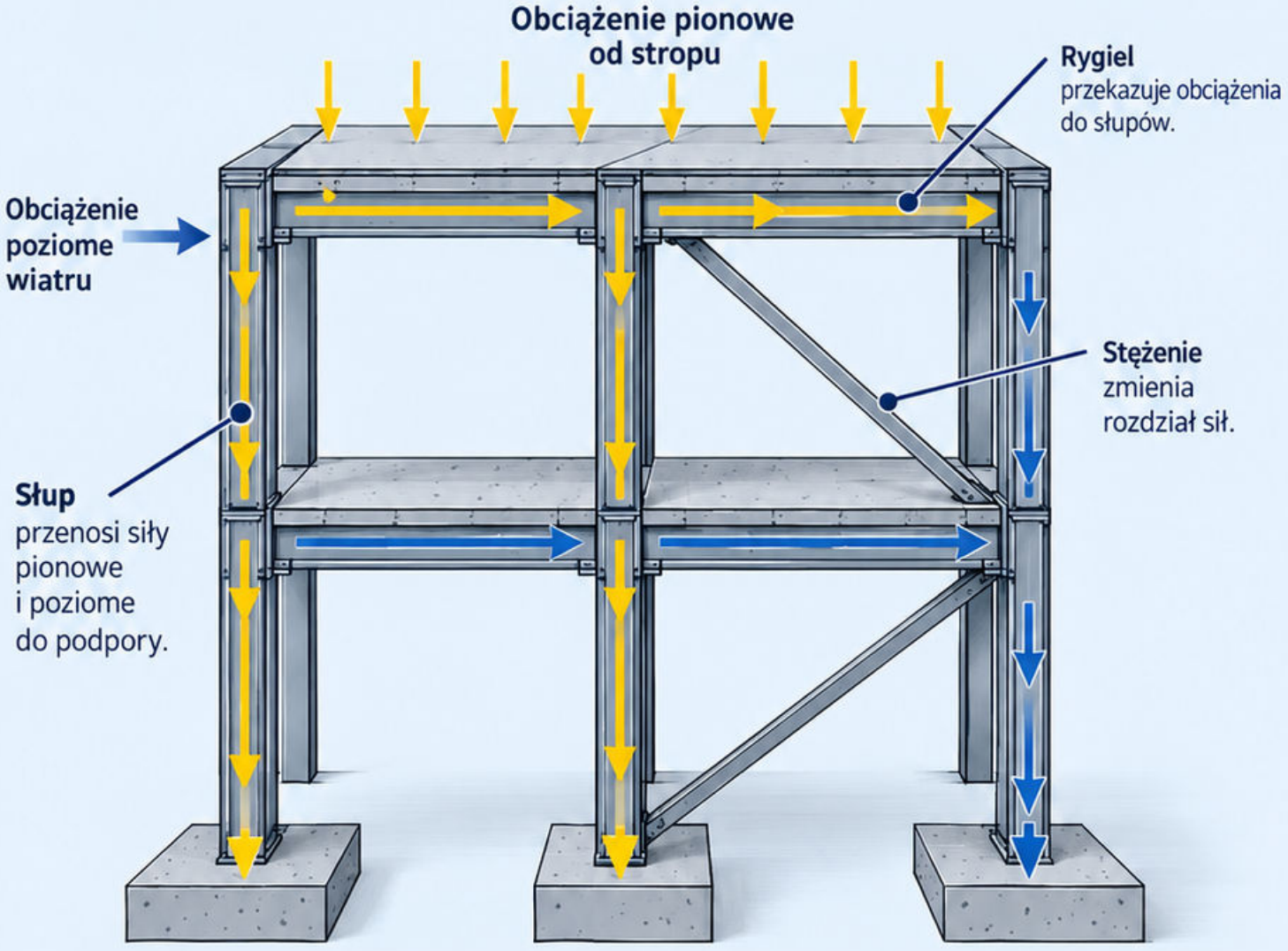
Źródła: [1–3].

Rama: droga obciążeń

W ramie połączenia sztywne przenoszą momenty, a przeguby zwalniają wybrane więzy obrotowe. Zaznacz rzeczywisty model każdego węzła.

Przykład: obciążenie poziome stropu przekazują rygle i słupy do podpór; dodatkowe stężenie może zmienić rozdział sił.

Narysuj osobno obciążenia pionowe i poziome. Sprawdź drogę obu składowych do fundamentów.



Nie traktuj architektonicznego styku elementów jako automatycznie sztywnego węzła.

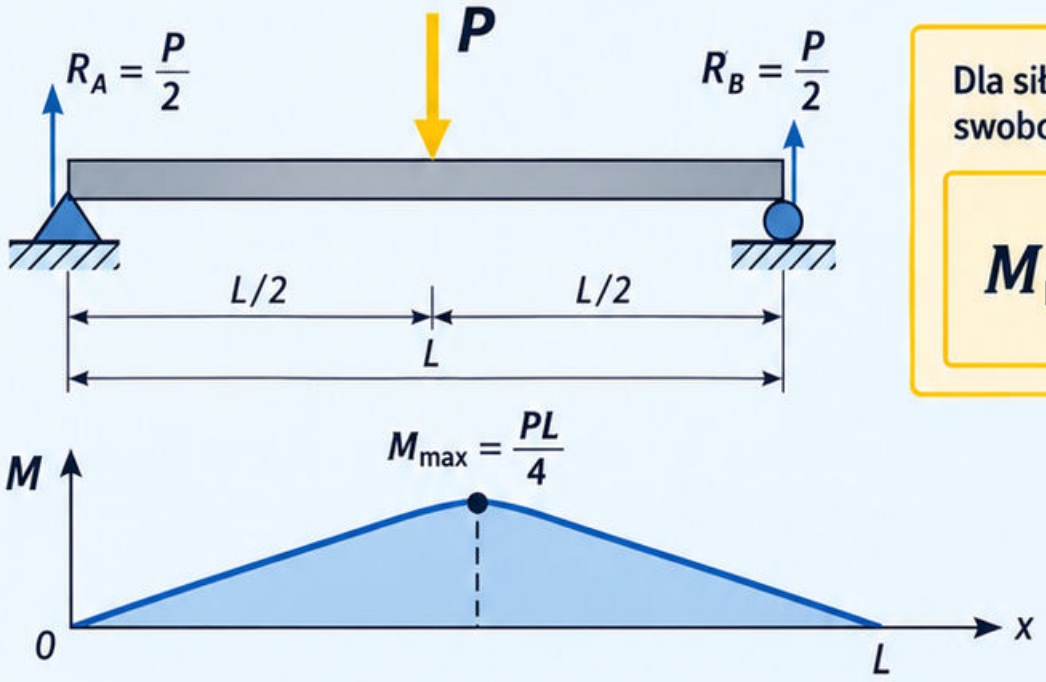
Kontrola: model powinien mieć zabezpieczony ruch boczny. Równość liczby reakcji i równań nie dowodzi jeszcze stateczności geometrycznej.

Źródła: [1–3].

Porównanie schematów podparcia

Ta sama belka o długości L inaczej pracuje jako wspornik i jako element swobodnie podparty.

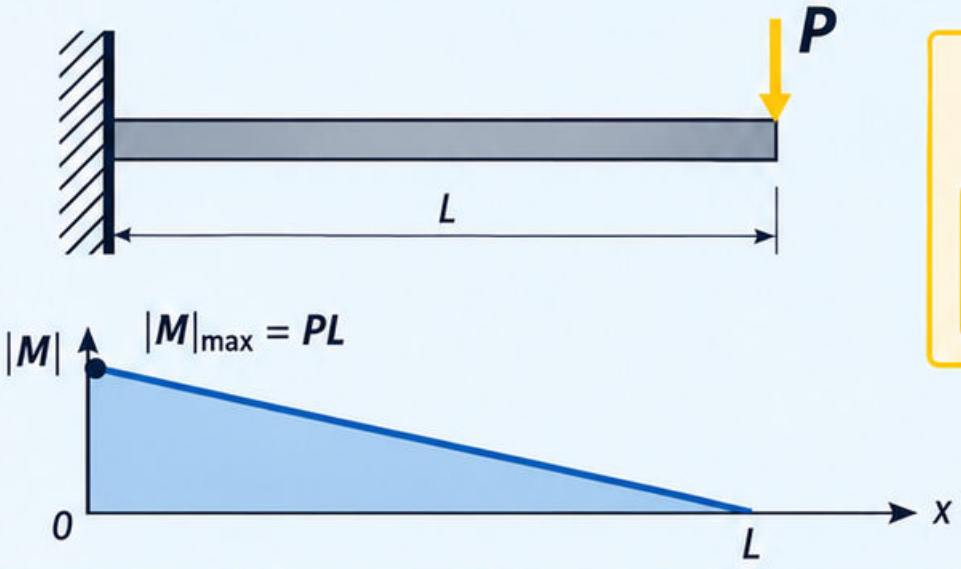
Belka swobodnie podparta



Dla siły *P* w środku belki swobodnie podpartej:

$$M_{max} = \frac{PL}{4}.$$

Wspornik



Dla wspornika z siłą *P* na końcu:

$$|M|_{max} = PL.$$

Przykład: $P = 4$ kN; $L = 3$ m.
Wyniki: 3 kN·m oraz 12 kN·m.

Założenia: modele belkowe, obciążenie pionowe, ciężar pominięty.

Kontrola: porównujesz różne położenia i więzy. Nie przenoś gotowego współczynnika między schematami bez ponownego narysowania podpór.

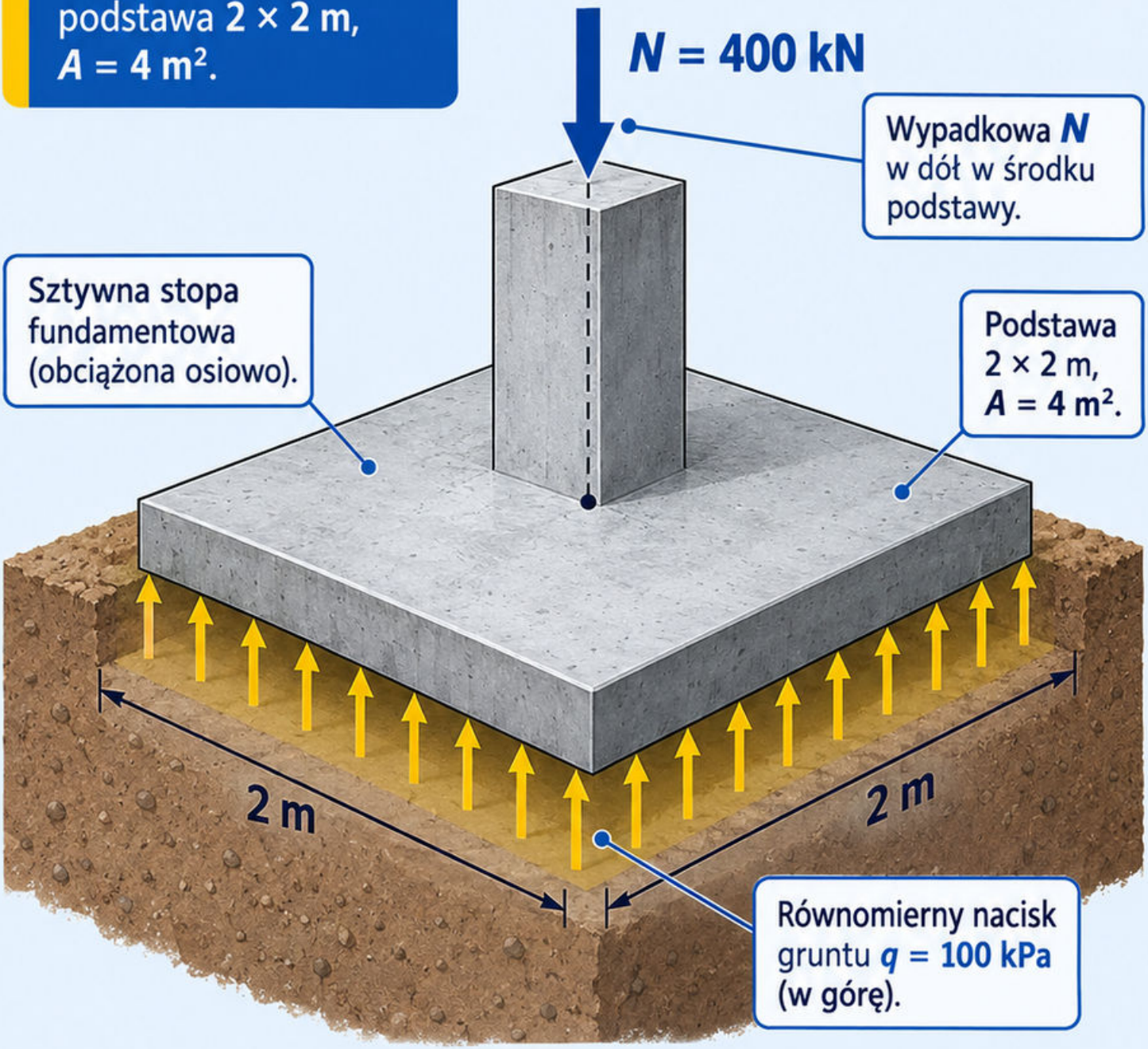
Źródła: [1–3].

Fundament: rozkład nacisku

Dla osiowo obciążonej, sztywnej stopy w uproszczonym modelu przyjmij równomierny nacisk na całej powierzchni styku.

Dane dydaktyczne:
całkowita siła pionowa $N = 400$ kN;
podstawa 2×2 m,
$A = 4$ m^2.

$$q = \frac{N}{A} = 100 \text{ kPa}.$$



Kontrola: $qA = N$. To obliczenie nacisku nie sprawdza nośności podłoża, osiadania, zginania ani przebicia stopy.

Źródła: [1].

Fundament mimośrodowy

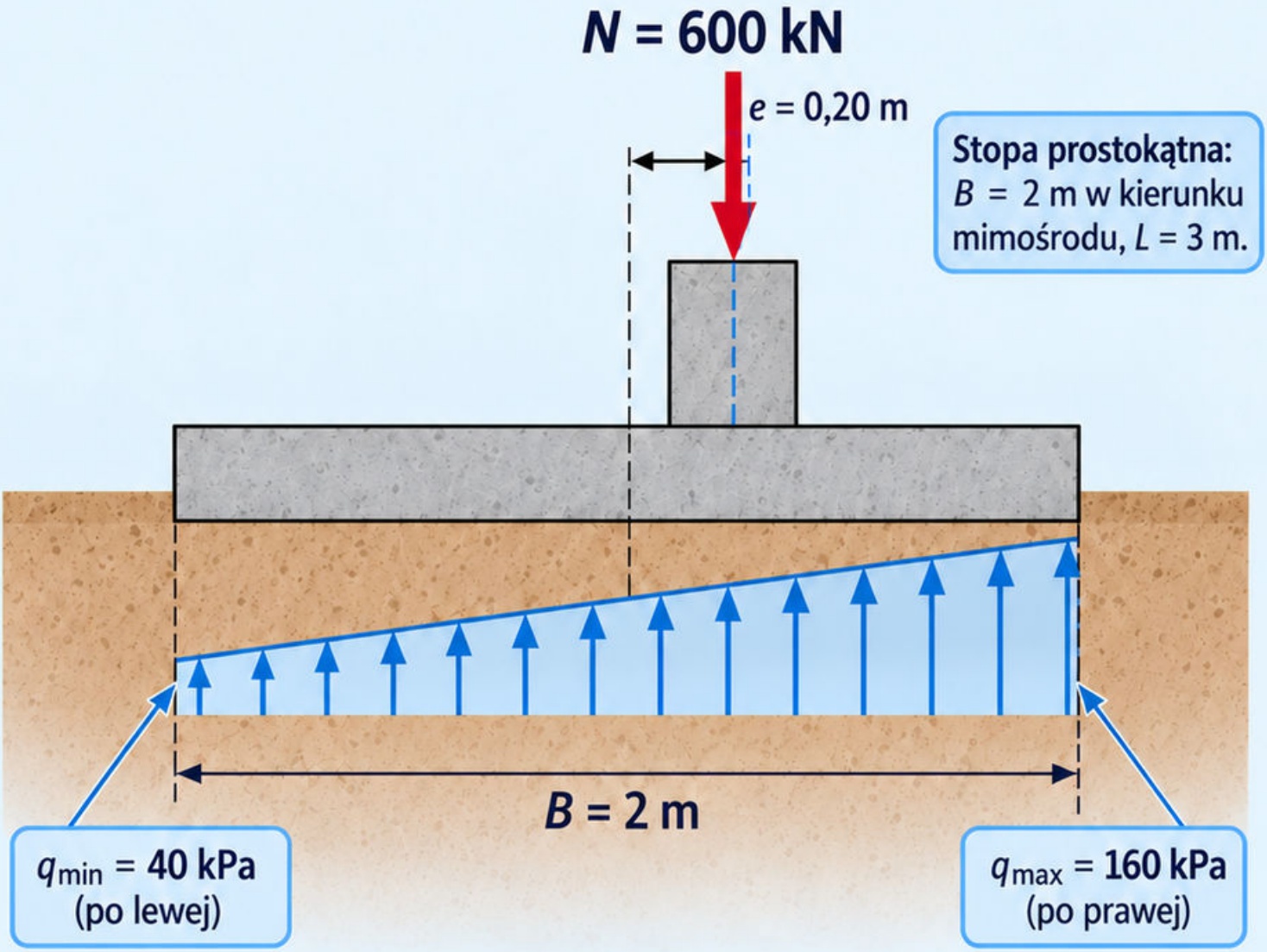
Stopa prostokątna: $B = 2$ m w kierunku mimośrodu,
$L = 3$ m, $N = 600$ kN, $e = 0{,}20$ m.

W liniowym modelu pełnego kontaktu:

$q_{max,min} = N/(BL) \times (1 \pm 6e/B)$.

$N/(BL) = 100$ kPa; $q_{max} = 160$ kPa; $q_{min} = 40$ kPa.

$e < B/6$, więc w tym modelu cała podstawa pozostaje ściskana.

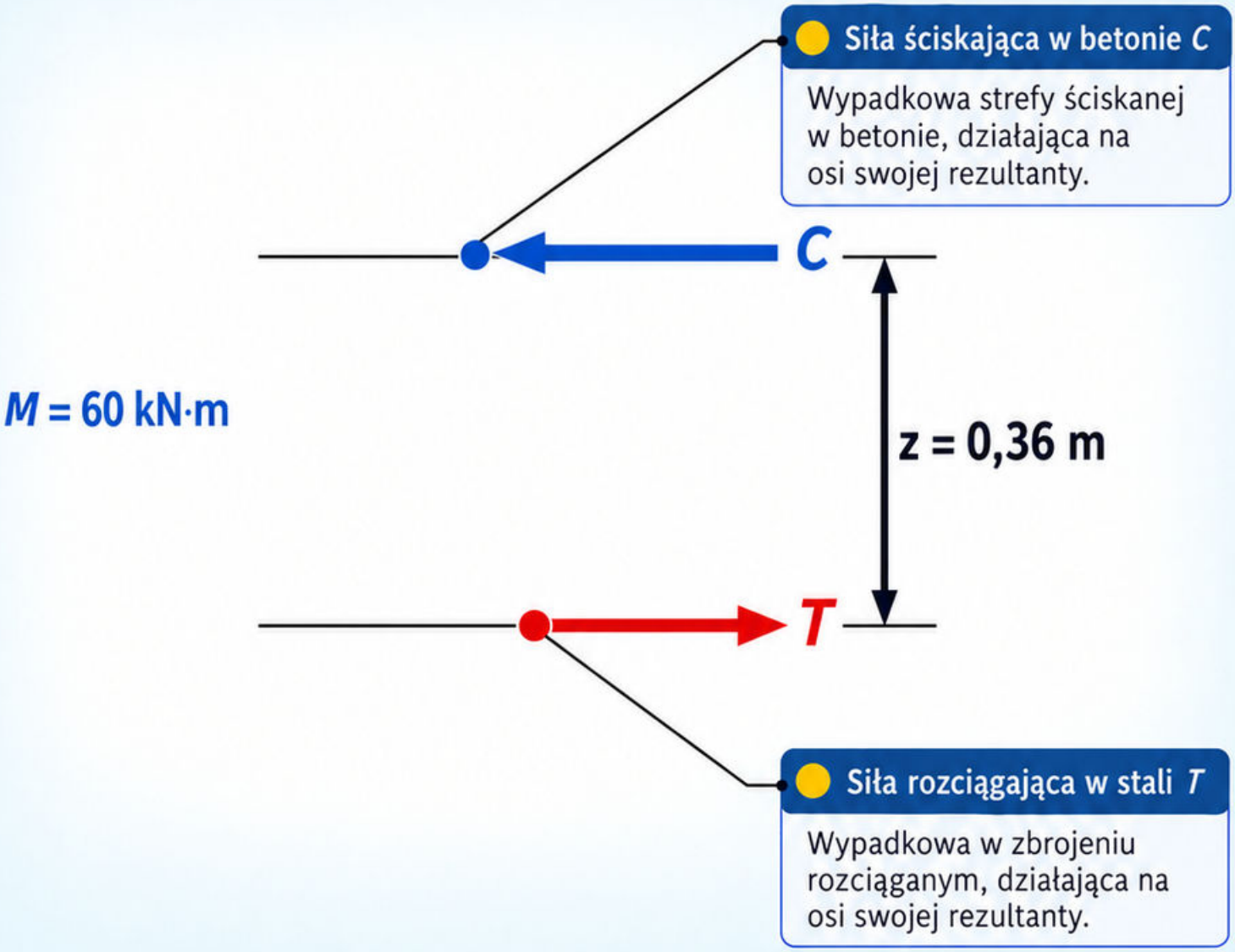


Kontrola: średni nacisk wynosi 100 kPa, a moment $N\,e = 120$ kN·m.
Przy utracie kontaktu nie przedłużaj wzoru do naprężeń rozciągających grunt.

Źródła: [1].

Żelbet: siły wewnętrzne

Moment zginający równoważy para sił w betonie i stali.
W uproszczonym modelu rozpatrz siłę ściskającą *C* i rozciągającą *T*.



Założenia dydaktyczne:

brak siły osiowej;
$M = 60$ kN·m;
ramię sił $z = 0{,}36$ m.

$C = T = M/z = 166{,}7$ kN.

$$C = T = M/z = 166{,}7 \text{ kN}.$$

Ramię z

Ramię z mierzy odległość między wypadkowymi, a nie wysokość całego przekroju.

Kontrola:

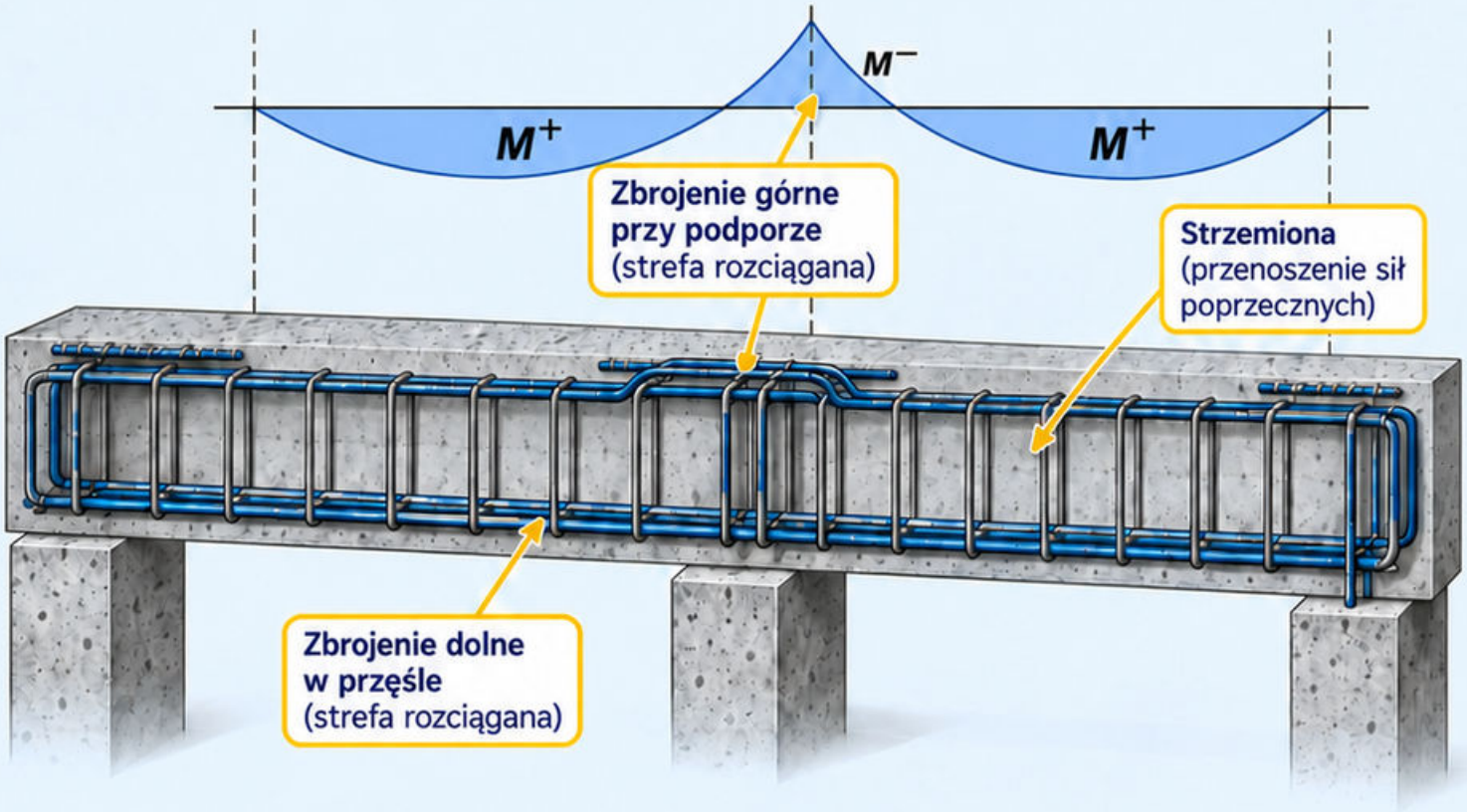
$Tz \approx 60$ kN·m. Ten bilans nie zastępuje sprawdzenia strefy ściskanej, ścinania, rys ani wymaganych reguł detalowania.

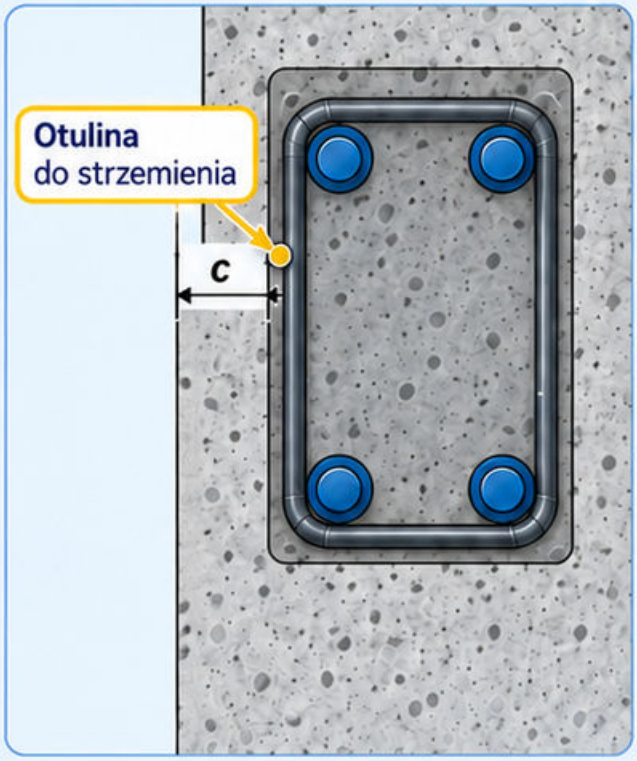
Źródła: [5].

Żelbet: układ zbrojenia

Zbrojenie podłużne powinno odpowiadać strefie rozciąganej, a strzemiona mechanizmowi przenoszenia sił poprzecznych i wymaganiom konstrukcyjnym.

Na belce ciągłej rozróżnij zbrojenie dolne w przęśle i górne przy podporze. Schemat momentów potwierdź obliczeniem.







Pokaż otulinę do najbliższej powierzchni zbrojenia, także strzemienia.

Kontrola: liczba prętów, średnice i długości wynikają z projektu. Ilustracja objaśnia funkcję, nie stanowi rysunku wykonawczego.

Źródła: [5].

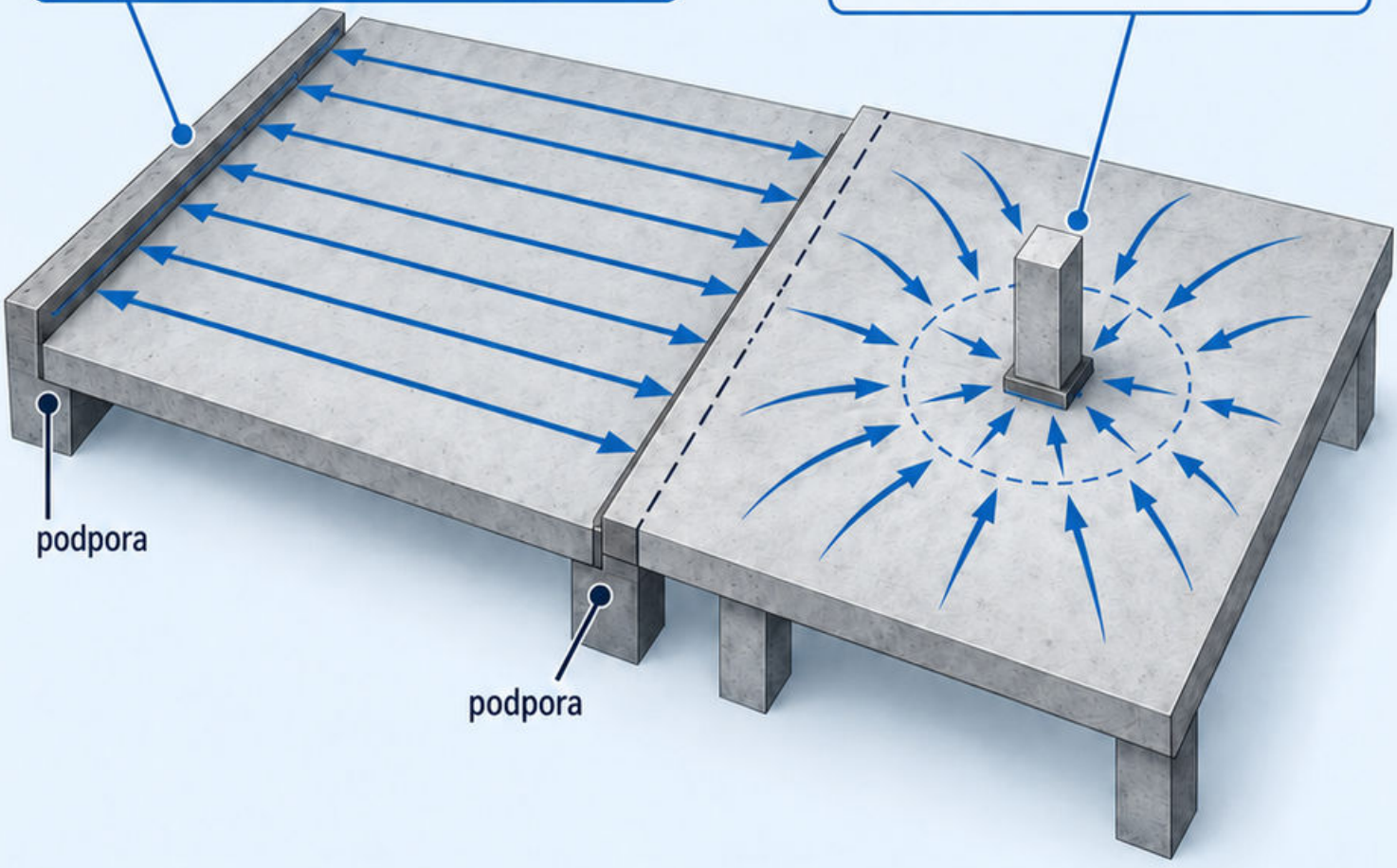
Płyta: kierunki pracy

W płycie jednokierunkowej dominująca praca przebiega w jednym kierunku; **dwukierunkowa** przekazuje obciążenie do podpór w obu kierunkach.

O wyborze modelu decydują **geometria**, **sztywność** i **warunki podparcia**, nie sam kształt narysowanego zbrojenia.

Przykład: płyta podparta tylko na dwóch przeciwległych krawędziach przekazuje obciążenie przede wszystkim między nimi.

Przy podparciu słupowym pokaż lokalną strefę przebicia wokół słupa, odrębną od zginania przęsła.

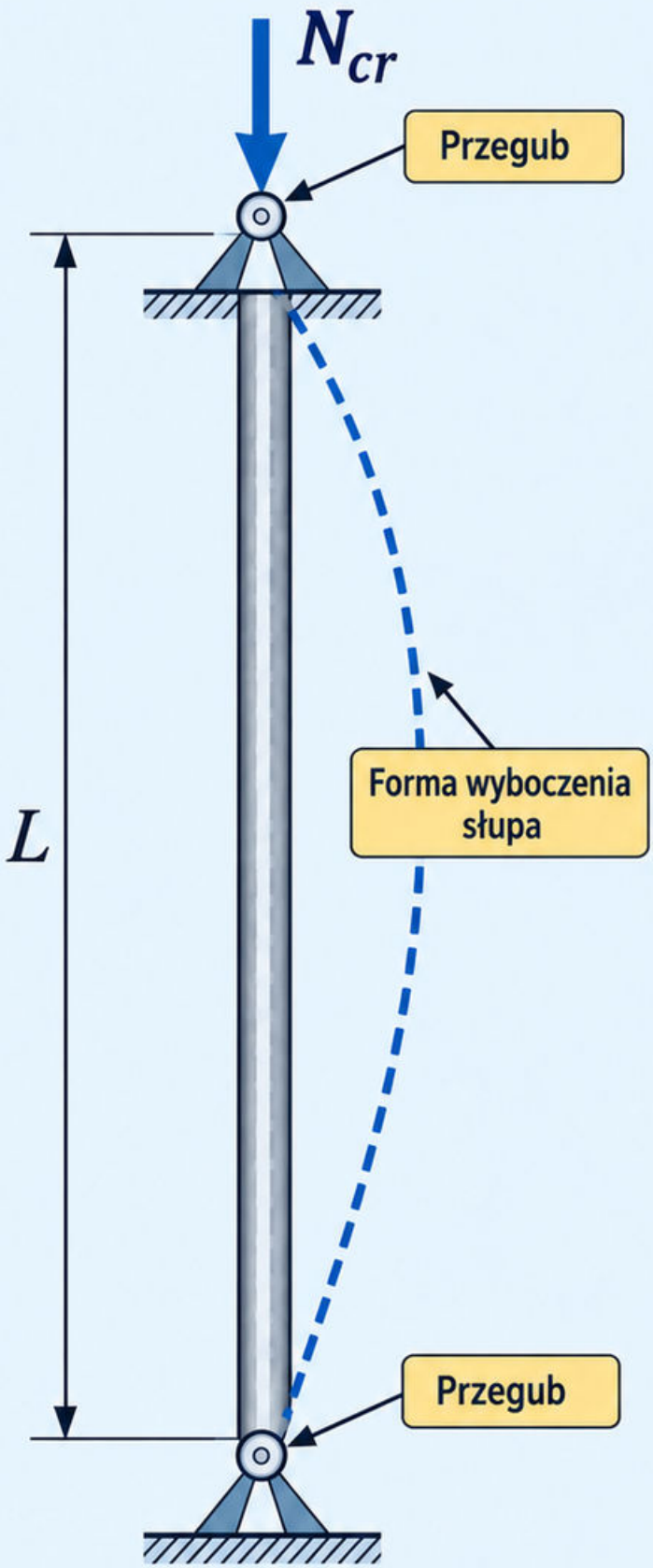


Kontrola: strzałki drogi sił muszą kończyć się na podporach.
Nie stosuj jednej uniwersalnej proporcji boków bez warunków modelu.

Źródła: [5].

Stateczność słupa

Słup może utracić stateczność przed osiągnięciem wytrzymałości materiału. Smukłość i podparcie wpływają na siłę krytyczną modelu.



Idealny pręt pryzmatyczny, osiowo ściskany i liniowo sprężysty:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}.$$

Dla dwóch przegubów $L_k = L$. Zastosuj I względem rozpatrywanej osi wyboczenia.

Przykład: podwojenie L_k przy stałym EI zmniejsza N_{cr} czterokrotnie.

Kontrola: rzeczywista nośność wymaga uwzględnienia imperfekcji, mimośrodów i właściwych reguł projektowych. N_{cr} nie jest automatycznie dopuszczalnym obciążeniem słupa.

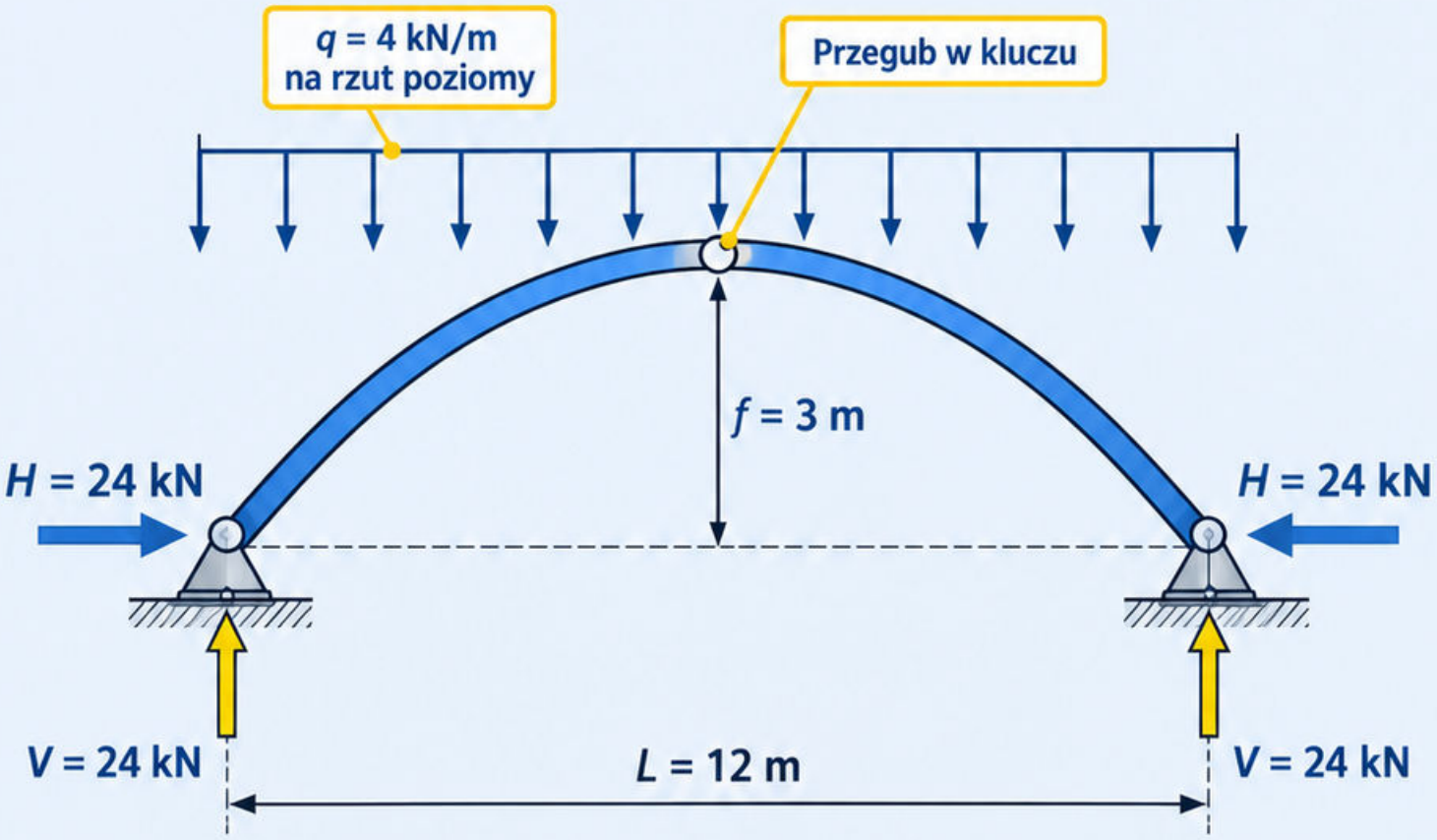
Źródła: [4].

Łuk: rozpór

Łuk może przekazywać obciążenie poprzez ściskanie, ale jego podpory muszą przejąć także rozpór poziomy.

Przykład: łuk trójprzegubowy paraboliczny; $q = 4$ kN/m na rzut poziomy, $L = 12$ m, strzałka $f = 3$ m.

Dla tego schematu $H = qL^2/(8f) = 24$ kN; reakcje pionowe wynoszą po 24 kN.



Wynik

$$H = \frac{qL^2}{8f} = 24 \text{ kN}$$

Reakcje pionowe wynoszą po **24 kN**.

Kierunek działania

Podpory działają na łuk poziomo do środka; **łuk rozpiera je na zewnątrz.**

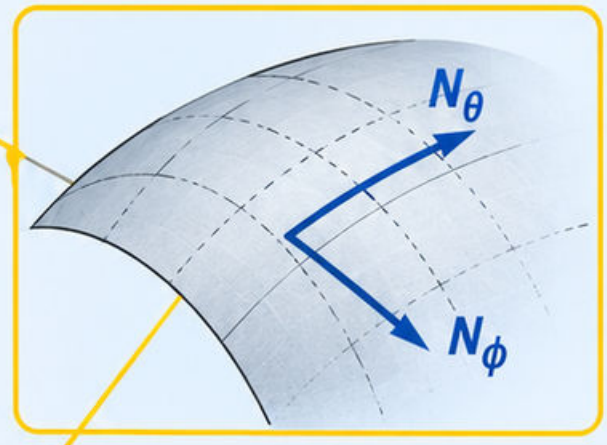
Kontrola: zmiana kształtu, obciążenia lub więzów zmienia wynik. Nie przenoś tej zależności na każdy łuk.

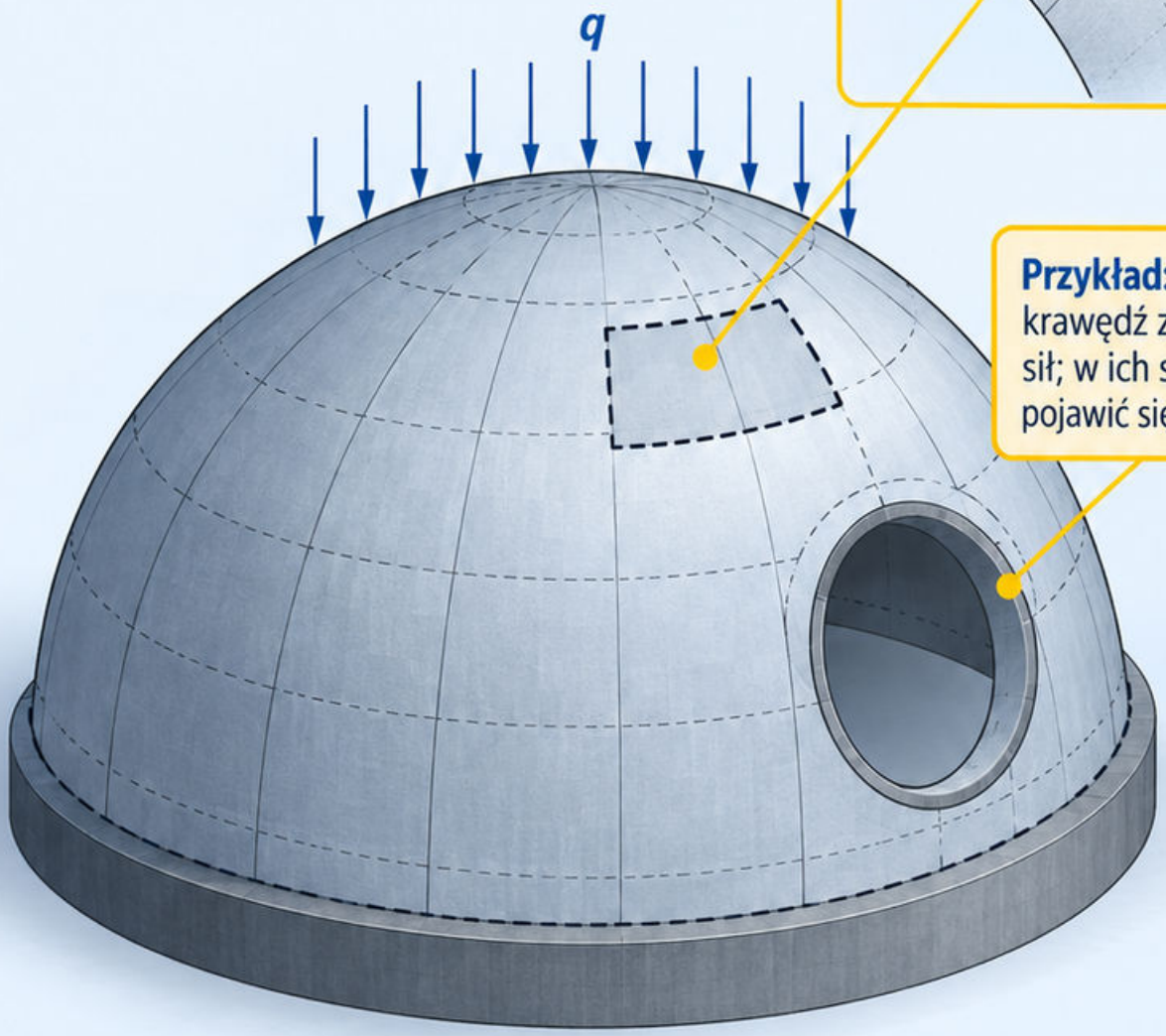
Źródła: [6].

Powłoka: siły membranowe

Powłoka przenosi obciążenia w zakrzywionej powierzchni. Działanie błonowe ogranicza zginanie, lecz zależy od geometrii, obciążenia i podparcia.

Pokaż mały wycinek kopuły z siłami w dwóch kierunkach powierzchni. Nie rysuj ich jak sił prostopadłych do powłoki.





Przykład: otwór i sztywna krawędź zaburzają rozkład sił; w ich sąsiedztwie mogą pojawić się istotne momenty.

Kontrola: analiza samego pola błonowego nie wystarcza przy podporach i nieciągłościach. Sprawdź także stateczność oraz lokalne warunki przekazywania obciążeń.

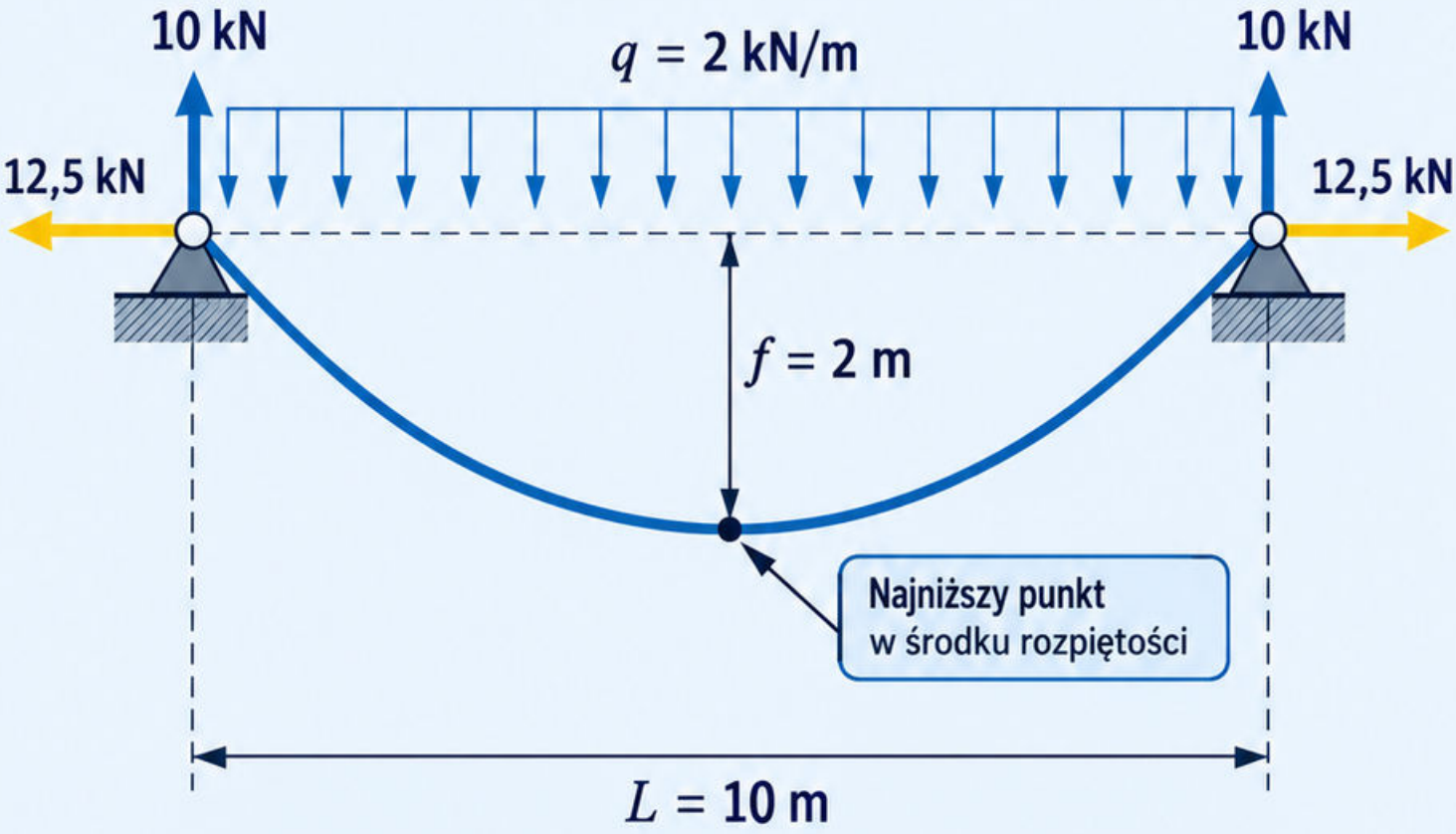
Źródła: [1–3].

Cięgno: geometria i naciąg

Wiotkie cięgno przenosi rozciąganie, ale nie moment zginający w przyjętym modelu. Jego kształt dostosowuje się do rozkładu obciążenia.

Przy równomiernym obciążeniu na rzut poziomy i podporach na jednej wysokości:

$$H = \frac{qL^2}{8f}.$$



Przykład: $q = 2$ kN/m, $L = 10$ m, zwis $f = 2$ m.

$H = 12{,}5$ kN; reakcje pionowe po 10 kN.

Naciąg przy podporze:

$$\sqrt{12{,}5^2 + 10^2} \approx 16{,}0 \text{ kN}.$$

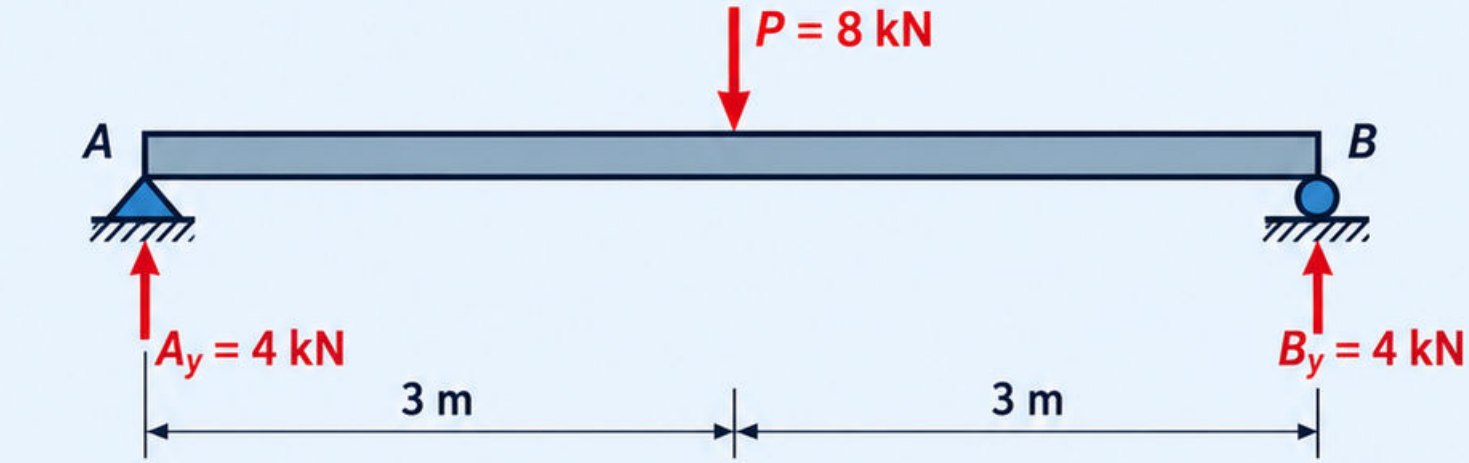
Kontrola: ciężar równomierny na długość cięgna prowadzi do łańcuchowej, nie dokładnie paraboli.

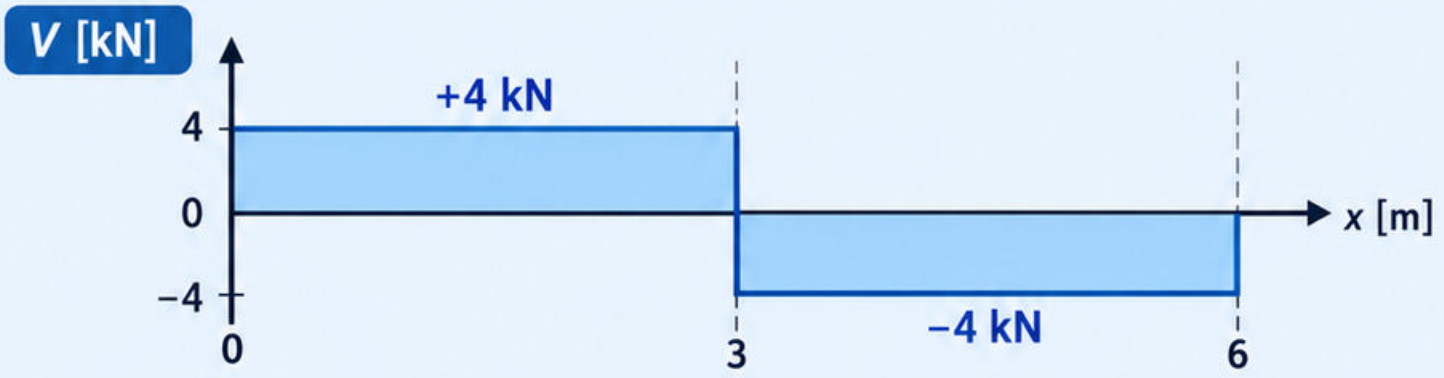
Źródła: [6].

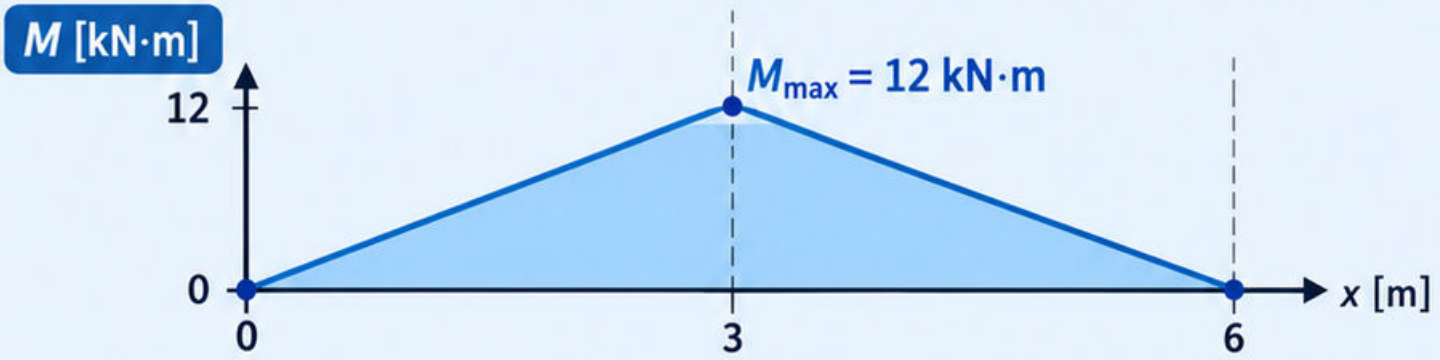
Zadanie przekrojowe z odpowiedzią

Zadanie dydaktyczne: belka swobodnie podparta o $L = 6$ m. W środku działa pionowo w dół $P = 8$ kN; ciężar pominięty.

Najpierw narysuj reakcje, następnie V oraz M. Dodatni M rozciąga dolne włókna.







Odpowiedź:

$A_y = B_y = 4$ kN.
$V = +4$ kN przed siłą i -4 kN za siłą.

$M_{max} = PL/4 = 12$ kN·m w środku; $M = 0$ na podporach.

Kontrola:

Wykres M jest dwoma odcinkami prostymi. Pole pod V od A do środka wynosi 12 kN·m.

Źródła:

[1–3].

Źródła

[1] **Baker i Haynes — Engineering Statics.**
engineeringstatics.org

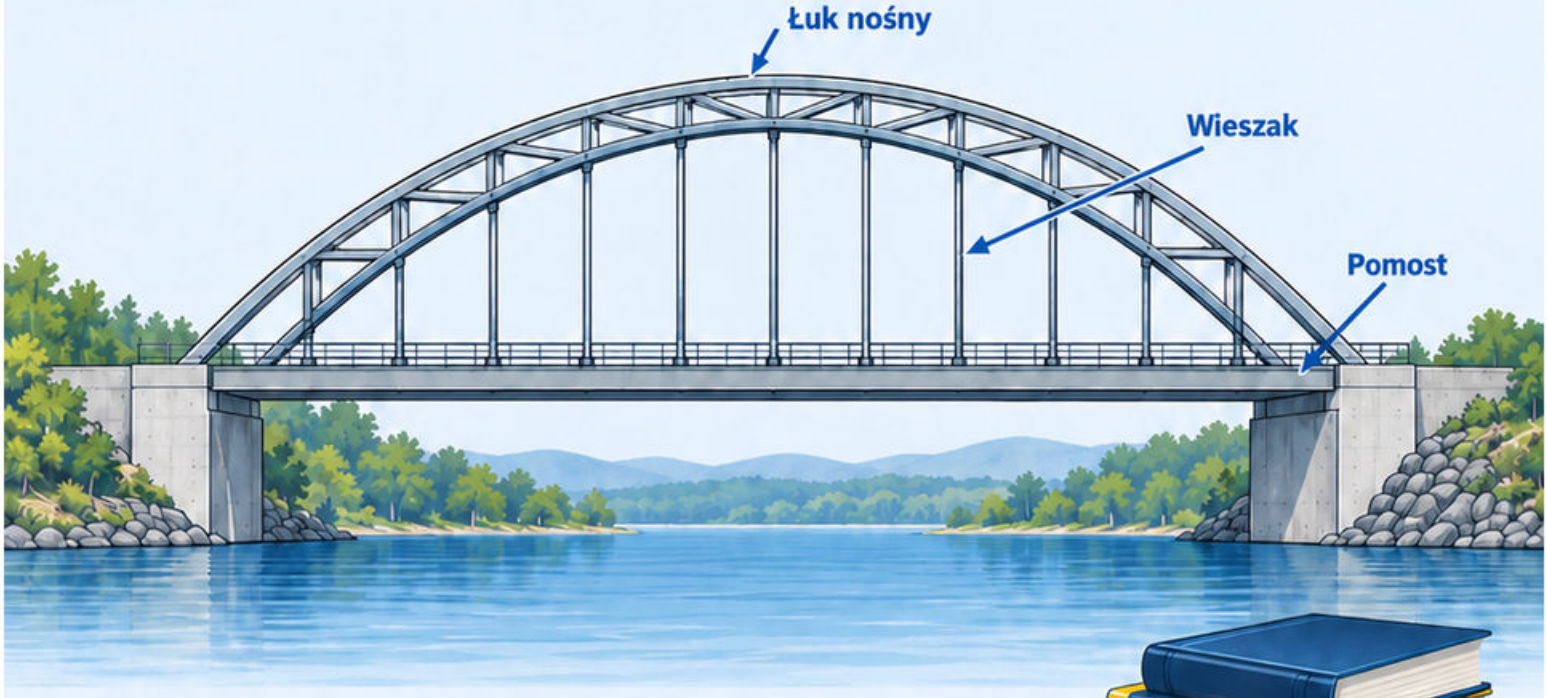
[2] **Roylance — Mechanics of Materials.**
eng.libretexts.org • dział Mechanical Engineering

[3] **Alderliesten — Introduction to Aerospace Structures and Materials.**
textbooks.open.tudelft.nl/textbooks/catalog/book/15

[4] **Johnson — Aerospace Structures, rozdział 11: wyboczenie.**
eng.libretexts.org • Aerospace Structures (Johnson)

[5] **JRC — Eurocode 2: Worked examples.**
publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC89037

[6] **Udoeyo — Structural Analysis, Arches and Cables.**
eng.libretexts.org • rozdział 1.6



Dostęp: 18.10.2026. Przykłady i grafiki opracowano autorsko; źródła wspierają zasady mechaniki i terminologię.

Przy analizie rzeczywistej konstrukcji dobierz właściwy model, dane, normy i dokumentację projektową.

